□08□ □□□□□□:□□□□□□□□

□□□□□□□□□

□□□□□□□15□□□

1□□2021•□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-3lnx$ □ $g(x)=\frac{1}{6}x^3+x^2-alnx$ □

□1□□ $f(x)$ □ $(1$□ f □1□ $)$ □□□□□□□□□□

□2□□□□□ $xf'(x)-g(x)>f(x)-2x+a-6$ □□□ $x>1$ □□□□ a □□□□□□□

□3□ $F(x)=g(x)-\frac{1}{6}x^3$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□ x_0 □ $F(x)$ □□□□□□□□□□ $x_1+3x_2>4x_0$ □

□□□□□□□1□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-3lnx$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$\therefore f'(x)=x-2-\frac{3}{x}$ □ f □1□ $=-4$ □ f □1□ $=-\frac{3}{2}$ □

□□□□□□□ $y+\frac{3}{2}=-4(x-1)$ □□ $8x+2y-5=0$ □

□ $f'(x)=\frac{(x+1)(x-3)}{x}$ □

□ $f'(x)>0$ □□□□ $x>3$ □□ $f'(x)<0$ □□□□ $0<x<3$ □

□ $f(x)$ □ $(0,3)$ □□□□ $(3,+\infty)$ □□□

$\therefore f(x)_{□□□}=f$ □3□ $=-\frac{3}{2}-3ln3$ □□□□□□

□2□□□□□ $xf'(x)-g(x)>f(x)-2x+a-6$ □□□ $x>1$ □□□

□ $a<\frac{3(x+xlnx)}{x-1}=h(x)_{min}$ □ $h'(x)=\frac{3(x-2-lnx)}{(x-1)^2}$ □

□ $m(x)=x-2-lnx$ □□ $m'(x)=1-\frac{1}{x}>0$ □ $m(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□

□ m □3□ <0 □ m □4□ >0 □□□□ $x_0\in(3,4)$ □□□ $m(x_0)=0$ □□ $x_0-2-lnx_0=0$ □

□$h(x)$□$(1,x_0)$□□□□$(x_0$□$+\infty)$□□□□$h(x)_{min}=h(x_0)=\frac{3(x_0+x_0\ln x_0)}{x_0-1}=3x_0\in(9,12)$□

□a□□□□□□□9□

□3□□□□$F(x)=x^2-a\ln x$□

$F'(x)=2x-\frac{a}{x}=\frac{(\sqrt{2}x+\sqrt{a})(\sqrt{2}x-\sqrt{a})}{x}=0$□□□$x_0=\sqrt{\frac{a}{2}}$□

□$x\in(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$□□$F'(x)<0$□$x\in(\sqrt{\frac{a}{2}}$□$+\infty)$□□$F'(x)>0$□

□$F(x)$□$(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$□□□□$(\sqrt{\frac{a}{2}}$□$+\infty)$□□□

□□□$F(x)$□2 □□□□□□$F(x_0)<0$□

□$F(\sqrt{\frac{a}{2}})=(\sqrt{\frac{a}{2}})^2-a\ln\sqrt{\frac{a}{2}}<0$□□□□$a>2e$□

□ $0<x_1<\sqrt{\frac{a}{2}}$□$x_2>\sqrt{\frac{a}{2}}$□□$\frac{x_2}{x_1}=t(t>1)$□□$g(x_1)=g(x_2)$□

$\therefore x_1^2-a\ln x_1=x_2^2-a\ln x_2$□□$x_1^2-a\ln x_1=t^2x_1^2-a\ln tx_1$□

$\therefore x_1^2=\frac{a\ln t}{t^2-1}$□□□□$x_1+3x_2>4x_0$□

□□□□$(3t+1)x_1>2\sqrt{2a}$□□□$(3t+1)^2x_1^2>8a$□□□$(3t+1)^2\frac{a\ln t}{t^2-1}>8a$□

□$a>0$□$t>1$□□□□□$(3t+1)^2\ln t-8t^2+8>0$□

□$h(t)=(3t+1)^2\ln t-8t^2+8$□□$h'(t)=(18t+6)\ln t-7t+6+\frac{1}{t}$□

$h'(t)=18\ln t+11+\frac{6t-1}{t^2}>0(t>1)$□

□$h(t)$□$(1,+\infty)$□□□$h(t)>h$□1□$=0$□

□ $h(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□ $h(t)>h$ □1□ $=0$ □

$\therefore x_1+3x_2>4x_0$ □

2□□2021 □•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2-2x+alnx(a>0)$ □

□I□□ $a=2$ □□□□□□□□□□ $(1$ □ f □1□$)$ □□□□□□□

□II□□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□□ $f(x_1)\geqslant mx_2$ □□□□□□□□□ m □□□□□□

□□□□□□□I□□ $a=2$ □□ $f(x)=x^2-2x+2lnx(x>0)$ □□ $f'(x)=2x-2+\frac{2}{x}$ □

□□□□□□□□ $k=f'$ □1□ $=2$ □

□ f □1□ $=-1$ □

$\therefore$ □□□□□ $y+1=2(x-1)$ □□ $2x-y-3=0$ □

□II□ $f'(x)=2x-2+\frac{a}{x}(x>0)$ □□ $f'(x)=0$ □□ $2x^2-2x+a=0$ □

□ $\triangle=4-8a\leqslant 0$, $a\geqslant\frac{1}{2}$ □□ $f'(x)\geqslant 0$ □□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□

□ $\triangle=4-8a>0,0<a<\frac{1}{2}$ □□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1+x_2=1,x_1=\frac{1-\sqrt{1-2a}}{2},x_2=\frac{1+\sqrt{1-2a}}{2}$ □

□ $0<a<\frac{1}{2}$ □□□ $0<x_1<\frac{1}{2},\frac{1}{2}<x_2<1$ □□ $f(x_1)\geqslant mx_2$ □□□□□ $m\leqslant\frac{f(x_1)}{x_2}$ □□□□

$\frac{f(x_1)}{x_2}=\frac{x_1^2-2x_1+alnx_1}{x_2}=1-x_1+\frac{1}{x_1-1}+2x_1lnx_1$ □

□ $h(x)=1-x+\frac{1}{x-1}+2xlnx(0<x<\frac{1}{2})$ □□ $h'(x)=-1-\frac{1}{(x-1)^2}+2lnx$ □

□ $0<x<\frac{1}{2}$ □□ $-1<x-1<-\frac{1}{2},\frac{1}{4}<(x-1)^2<1,-4<-\frac{1}{(x-1)^2}<-1,2lnx<0$ □□ $h'(x)<0$ □

$\therefore h(x)$□$(0,\frac{1}{2})$□□□□□□$h(x) > h(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} - ln2$□□$\frac{f(x)}{x} > -\frac{3}{2} - ln2$□

$\therefore$□□m□□□□□□$(-\infty, -\frac{3}{2} - ln2]$□

3□□2021□•□□□□□□□□□□□□$f(x) = e^x - a(x-1)$□

□1□□□□□$f(x)$□□□□□

□2□□$a > 1$□$g(x) = f(x) + \frac{1}{x}(x > 0)$□□□$g(x)$□□□□□□□□$x_0$□□$A(x_1$□$g(x_1))$□$B(x_2$□$g(x_2))$□□□$y = g(x)$□□□□□□

□$g(x_1) = g(x_2)$□□□□$x_1 \cdot x_2 < x_0^2$□

□□□□□1□$f(x)$□□□□□R□$f'(x) = e^x - a$□

□$a \leq 0$□□$f'(x) > 0$□□□$f(x)$□R□□□□□□

□$a > 0$□□□$f'(x) = 0$□□$x = lna$□

□ $x \in (-\infty, lna)$□ □ $f'(x) < 0$□ □ $x \in (lna, +\infty)$□ □

$f'(x) > 0$□

□□$f(x)$□$(-\infty, lna)$□□□□□□□$(lna, +\infty)$□□□□□□

□□□□□□$a \leq 0$□□$f(x)$□R□□□□□□

□$a > 0$□□$f(x)$□$(-\infty, lna)$□□□□□□□$(lna, +\infty)$□□□

□□□

□2□□□□$g'(x_0) = 0$□$a = e^{x_0} - \frac{1}{x_0^2}$□□□□$x_1 < x_2$□

□ $g(x_1) = g(x_2)$□ □

$e^{x_1}-ax_1+a+\frac{1}{x_1}=e^{x_2}-ax_2+a+\frac{1}{x_2}$ □

□ $\frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{x_1-x_2}=a+\frac{1}{x_1x_2}$ □ □ $a=e^{x_0}-\frac{1}{x_0^2}$ □ □ □

$\frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{x_1-x_2}-\frac{1}{x_1x_2}=e^{x_0}-\frac{1}{x_0^2}$ □

□□ $x_1x_2<x_0^2$ □□□ $\sqrt{x_1x_2}<x_0$ □

□ □ $h(x)=e^x-\frac{1}{x^2}$ □ $(0,+\infty)$ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

$h(\sqrt{x_1x_2})<h(x_0)$ □□□ $e^{\sqrt{x_1x_2}}-\frac{1}{x_1x_2}<e^{x_0}-\frac{1}{x_0^2}$ □

□ □ $e^{\sqrt{x_1x_2}}-\frac{1}{x_1x_2}<\frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{x_1-x_2}-\frac{1}{x_1x_2}$ □ □ □

$e^{\sqrt{x_1x_2}}<\frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{x_1-x_2}$ □

□□□ $\sqrt{x_1x_2}<\frac{x_1+x_2}{2}$ □□□□□ $e^{\frac{x_1+x_2}{2}}<\frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{x_1-x_2}$ □□□

$x_2-x_1<e^{\frac{x_2-x_1}{2}}-e^{\frac{x_1-x_2}{2}}$ □

□ $e^{\frac{x_2-x_1}{2}}=t(t>1)$ □□ $x_2-x_1=2\ln t$ □□□□□ $2\ln t<t-\frac{1}{t}$ □

□ $\varphi(t)=2\ln t-t+\frac{1}{t}(t>1)$ □□ $\varphi'(t)=-\frac{(t-1)^2}{t^2}<0$ □□

□$\varphi(t)$□$(1,+\infty)$□□□□□

□□$\varphi(t)<\varphi$□1□$=0$□□□$2\ln t<t-\dfrac{1}{t}$□□□$x_1x_2<x_0^2$□

□□

4．□2021□•□□□□□□□□□□□$f(x)=\dfrac{1}{x}-x+a\ln x$□

□1□□□$f(x)$□□□□

□2□□□$a<\dfrac{5}{2}$□□$f(x)$□□□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□□$\dfrac{f(x_2)}{x_1}+\dfrac{f(x_1)}{x_2}$□□□□□

□□□□□□1□$f(x)$□□□□□$(0,+\infty)$□

$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}-1+\dfrac{a}{x}=\dfrac{-x^2+ax-1}{x^2}$□

□$h(x)=-x^2+ax-1$□△$=a^2-4$□

□$-2\leqslant a\leqslant 2$□□△$\leqslant 0$□$h(x)\leqslant 0$□□□□$f'(x)\leqslant 0$□

□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□

□$a>2$□□$h(x)=0$□□□□$x_1=\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}>0$□$x_2=\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}>0$□

□$x\in(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$□□$h(x)<0$□□$f'(x)<0$□

$x\in(\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$□$\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$□□$h(x)>0$□□$f'(x)>0$□

$x\in(\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$□$+\infty)$□□$h(x)<0$□$f'(x)<0$□

□ $f(x)$ □ $(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$ □□□□ $(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$ □□□□ $(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□

$a<-2$ □□□ $h(x)=0$ □□□□ $x_1=\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}<0$ □ $x_2=\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}<0$ □

□ $x\in(0,+\infty)$ □□ $h(x)<0$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□

□□□ $a\leq 2$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

$a>2$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$ □□□□ $(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$ □□□□ $(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□

□2□□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □

□ $x_1+x_2=a$ □ $x_1x_2=1(x_2>1)$ □□ $a<\frac{5}{2}$ □□□ $1<x_2<2$ □

□ $\frac{f(x_2)}{x_1}+\frac{f(x_1)}{x_2}=2-x_2^2-\frac{1}{x_2^2}+(x_2^2-\frac{1}{x_2^2})\ln x_2$ □

□ $g(x)=2-x^2-\frac{1}{x^2}+(x^2-\frac{1}{x^2})\ln x(1<x<2)$ □

$g'(x)=-x+\frac{1}{x^3}+2(x+\frac{1}{x^3})\ln x=\frac{1-x^4}{x^3}+2\frac{1+x^4}{x^3}\ln x=\frac{1+x^4}{x^3}(\frac{1-x^4}{1+x^4}+2\ln x)$ □

□ $h(x)=\frac{1-x^4}{1+x^4}+2\ln x$ □□ $h(x)$ □ $g'(x)$ □ $(1,2)$ □□□□□□

$h'(x)=\frac{-8x^3}{(1+x^4)^2}+\frac{2}{x}=\frac{-8x^4+2(1+x^4)^2}{(1+x^4)^2x}=\frac{2(1-x^4)^2}{(1+x^4)^2x}\geq 0$ □

□□ $h(x)$ □□□□□□□ $h(x)>h(1)=0$ □□ $g'(x)>0$ □

□□ $g(x)$ □□□□，□□ $g(x)\in\left(0,\frac{15}{4}\ln 2-\frac{9}{4}\right)$ □

□ $\frac{f(x_2)}{x_1}+\frac{f(x_1)}{x_2}$ □□□□□□ $(0,\frac{15}{4}ln2-\frac{9}{4})$ □

5□□2021 □•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=axlnx$ □ $a\in R$ □

□1□□ $a=1$ □□

① □ $f(x)$ □□□□

② □□□□□ $x\geqslant e$ □□ $f(x)\geqslant\frac{m}{x}e^{\frac{m}{x}}$ □ $m>0$ □□ m □□□□□

□2□□□□ $g(x)=f(x)+x^2$ □□□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $x_1x_2>e^2$ □

□□□□□□1□① $a=1$ □□ $f(x)=xlnx$ □ $f'(x)=lnx+1(x>0)$ □

□ $f'(x)>0$ □□□□ $x>\frac{1}{e}$ □□ $f'(x)<0$ □□□□ $0<x<\frac{1}{e}$ □

□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□ $(\frac{1}{e}$ □ $+\infty)$ □□□

□ $f(x)$ □□□□□ $f(\frac{1}{e})=-\frac{1}{e}$ □□□□□□□

② □□□ $x\geqslant e$ □□ $f(x)\geqslant\frac{m}{x}e^{\frac{m}{x}}=e^{\frac{m}{x}}lne^{\frac{m}{x}}$ □

□ $f(x)\geqslant f(e^{\frac{m}{x}})$ □□□□□ $m>0$ □□ $\frac{m}{x}>0$ □□ $e^{\frac{m}{x}}>1$ □

□①□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{e}$ □ $+\infty)$ □□□□□

□ $x\geqslant e^{\frac{m}{x}}$ □□□ $lnx\geqslant\frac{m}{x}$ □□ $xlnx\geqslant m$ □

□ $x\geqslant e$ □□ $f(x)$ □□□□□ f □e□ $=e$ □□ m □□□□□ e □

□2□□□□□□ $x_1x_2>e^2$ □□□□□ $ln(x_1x_2)>2$ □□□

□□□ x_1 □ x_2 □□□ $axlnx+x^2=0$ □□□□□□□□□□□

□ $x>0$□$\therefore \begin{cases} a\ln x_1 + x_1 = 0 ① \\ a\ln x_2 + x_2 = 0 ② \end{cases}$ □□□ a□

□□□□ $\ln(x_1x_2)=\ln\frac{x_1}{x_2}\cdot\frac{\frac{x_1}{x_2}+1}{\frac{x_1}{x_2}-1}$ □

□□□ $x_1>x_2$ □□ $t=\frac{x_1}{x_2}$ □□ $t>1$□

□□□□□□ $t>1$ □□ $\ln t\cdot\frac{t+1}{t-1}>2$ □□□□ $\ln t>\frac{2(t-1)}{t+1}$ □

□ $h(t)=\ln t-\frac{2(t-1)}{t+1}$ □□ $h'(t)=\frac{1}{t}-2\cdot\frac{t+1-(t-1)}{(t+1)^2}=\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$ □

□□ $h(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $h(t)>h$□1□$=0$□

□ $\ln t>\frac{2(t-1)}{t+1}$ □□ $x_1x_2>e^2$ □

6□□2021•□□□□□□□□ $f(x)=-\frac{a}{2}e^{2x}+(x-1)e^x(a\in R)$ □

□1□□ $a=\frac{1}{e}$ □□□ $g(x)=f'(x)\cdot e^{1-x}$ □□□□□ ($f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $x_1+2x_2>3$□

□□□□□□□1□□ $a=\frac{1}{e}$ □□ $f(x)=-\frac{1}{2e}e^{2x}+(x-1)e^x$ □

□ $f'(x)=e^{x-1}(-e^x+ex)$ □

□ $g(x)=-e^x+ex$ □$\therefore g'(x)=-e^x+e$ □

□□ $g'(x)$ □□□□ g'□1□$=0$□

□□ $x\leqslant 1$ □□ $g'(x)\geqslant 0$ □ $x>1$ □□ $g'(x)<0$ □

□ $g(x)$ □ $(-\infty,1)$ □□□□ $(1,+\infty)$ □□□

□2□□□ □ $f(x)=-\frac{a}{2}e^{2x}+(x-1)e^x$ □

$\therefore f'(x)=-ae^{2x}+xe^x=e^x(-ae^x+x)$ □

□□□□ $f'(x)=0$ □ 2 □□□□□□□□□

□ $ae^x=x$ □ 2 □□□□□□□□ x_1 □ x_2 □

□ $a=\frac{x}{e^x}$ □□ $m(x)=\frac{x}{e^x}$ □□ $m'(x)=\frac{1-x}{e^x}$ □

□ $m'(x)>0$ □□□□ $x<1$ □□ $m'(x)<0$ □□□□ $x>1$ □

□ $m(x)$ □ $(-\infty,1)$ □□□□ $(1,+\infty)$ □□□

□ $m(x)_{\max}=m$□1□$=\frac{1}{e}$□□ $x\to\infty$ □□ $m(x)\to 0$ □

□ a □□□□□□ $(0$ □ $\frac{1}{e}]$ □

□ $\begin{cases}ae^{x_1}=x_1\\ ae^{x_2}=x_2\end{cases}$ □□ $a=\frac{x_1-x_2}{e^{x_1}-e^{x_2}}$ □

□ $x_1+2x_2>3\Leftrightarrow 3<ae^{x_1}+2ae^{x_2}$

$=\frac{x_1-x_2}{e^{x_1}-e^{x_2}}(e^{x_1}+2e^{x_2})=\frac{x_1-x_2}{e^{x_1-x_2}-1}(e^{x_1-x_2}+2)$ □

□ $t=x_1-x_2$ □□ $t<0$ □

$3<x_1+2x_2\Leftrightarrow 3<\frac{t}{e^t-1}(e^t+2)$ □ $t<0$ □

□□□□□□ $(3-t)e^t-2t-3>0$ □ $t<0$ □□□□

□ $h(t)=(3-t)e^t-2t-3(t<0)$ □

□ $h'(t)=(2-t)e^t-2(t<0)$ □ $h''(t)=(1-t)e^t>0$ □

□ $h(t)$ □ $t<0$ □□□□□□□ $h(t)<h(0)=0$ □

□ $h(t)$ □ $t<0$ □□□□□□□ $h(t)>h(0)=0$ □

□□□□□□□□

7□□2021•□□□□□□□□□ $f(x)=lnx$ □ $g(x)=x^2-ax(a>0)$ □

□1□□□□□ $h(x)=f(x)+g(x)$ □□□□□

□2□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□ $f(x)-\dfrac{g(x)}{x^2}+\dfrac{1}{x}=0$ □□□□□□□□□□□□□ $x_1^2+x_2^2>4a$ □

□□□□□□□1□ $h(x)=f(x)+g(x)=lnx+x^2-ax(x>0)(a>0)$ □

$h'(x)=\dfrac{1}{x}+2x-a=\dfrac{2x^2-ax+1}{x}$ □

□ $2x^2-ax+1=0$ □△ $=a^2-8$ □

□ $0<a\leqslant 2\sqrt{2}$ □□△ $\leqslant 0$ □ $h'(x)\geqslant 0$ □□□□□□

□ $a>2\sqrt{2}$ □□□ $2x^2-ax+1=0$ □□□□ $x=\dfrac{a\pm\sqrt{a^2-8}}{4}$ □

□ $x\in(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-8}}{4})$ □ $(\dfrac{a+\sqrt{a^2-8}}{4}$ □ $+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □ $h(x)$ □□□

$x\in(\dfrac{a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ □ $\dfrac{a+\sqrt{a^2-8}}{4})$ □□ $h'(x)<0$ □ $h(x)$ □□□

□ $h(x)$ □□□□□ $\dfrac{a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ □□□□□□ $\dfrac{a+\sqrt{a^2-8}}{4}$ □

□□□ $0<a\leqslant 2\sqrt{2}$ □□ $h(x)$ □□□□□

$a>2\sqrt{2}$ □□ $h(x)$ □□□□□ $\dfrac{a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ □□□□□□ $\dfrac{a+\sqrt{a^2-8}}{4}$ □

□2□□ $f(x)-\frac{g(x)}{x^2}+\frac{1}{x}=lnx-\frac{x^2-ax}{x^2}+\frac{1}{x}=0$ □□ $lnx+\frac{a}{x^2}=0$ □

□ $k(x)=lnx+\frac{a}{x^2}(x>0,a>0)$ □

$k'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2a}{x^3}=\frac{x^2-2a}{x^3}$ □□ $k'(x)=0$ □□ $x=\sqrt{2a}$ □

□ $0<x<\sqrt{2a}$ □□ $k'(x)<0$ □□ $x>\sqrt{2a}$ □□ $k'(x)>0$ □

$\therefore k(x)$ □ $(0,\sqrt{2a})$ □□□□ $(\sqrt{2a}$ □ $+\infty)$ □□□□

□ $k(x)$ □2 □□□□

$\therefore k(\sqrt{2a})<0$ □□ $ln\sqrt{2a}+\frac{a}{2a}<0$ □□□□ $0<a<\frac{1}{2e}$ □

□ $\begin{cases} lnx_1+\frac{a}{x_1^2}=0 \\ lnx_2+\frac{a}{x_2^2}=0 \end{cases}$ □□□□□□□ $lnx_2-lnx_1=\frac{a}{x_1^2}-\frac{a}{x_2^2}$ □

□ $t=\frac{x_2}{x_1}(t>1)$ □ $\therefore lnt=\frac{a}{x_1^2}-\frac{a}{t^2x_1^2}$ □

$\therefore x_1^2=\frac{a}{lnt}(1-\frac{1}{t^2})$ □□□□ $x_1^2+x_2^2>4a$ □

□□□ $(1+t^2)x_1^2>4a$ □ $(1+t^2)\frac{a}{lnt}(1-\frac{1}{t^2})>4a$ □

$\therefore(1+t^2)\frac{1}{lnt^2}(1-\frac{1}{t^2})>2$ □

□□□ $2lnt^2-t^2+\frac{1}{t^2}<0(t>1)$ □

□ $q(x)=2lnx-x+\frac{1}{x}(x>1)$ □

$q'(x)=-\frac{(x-1)^2}{x^2}<0$ □

$\therefore q(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore q(x) < q$（1）$=0$，

$\therefore 2\ln x - x + \dfrac{1}{x} < 0$ 即 $x_1^2 + x_2^2 > 4a$.

8.（2021•浙江模拟）已知 $a \in R$，函数 $f(x) = e^x - ax + a$.

(Ⅰ) 若 $f(x) \geqslant 0$，求 a 的取值范围；

(Ⅱ) 记 x_1，x_2（其中 $x_1 < x_2$）为 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的两个零点，证明：$\dfrac{a}{a-e} < x_1 < \dfrac{2}{\ln a} + 1$.

【解答】解：(Ⅰ) $f'(x) = e^x - a$，

(i) 当 $a=0$ 时，$f'(x) > 0$，$f(x)$ 在 R 上递增，

又 $f(x) = e^x > 0$，故 $a=0$ 符合题意，

(ii) 当 $a > 0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty, \ln a)$ 递减，在 $(\ln a, +\infty)$ 递增，

$\therefore f(\ln a) = e^{\ln a} - a\ln a + a \geqslant 0$，故 $2a - a\ln a \geqslant 0$，

又 $a > 0$，

$\therefore 2 - \ln a \geqslant 0$，解得：$0 < a \leqslant e^2$，

(iii) 当 $a < 0$ 时，$f'(x) > 0$，$f(x)$ 在 R 上单调递增，

当 $x \to -\infty$ 时，$e^x \to 0$，$-ax + a \to -\infty$，

$\therefore f(x) \to -\infty$，不符合题意，

综上：$0 \leqslant a \leqslant e^2$.

(2) 证明：令 $f(x) = 0$，则 $a = \dfrac{e^x}{x-1}(x > 0$ 且 $x \neq 1)$，

□ $p(x)=\frac{e^x}{x-1}(x>0$ □ $x\neq1)$ □□□ $p'(x)=\frac{(x-2)e^x}{(x-1)^2}$ □

□ $p(x)$ □ $(0,1)$ □ $(1,2)$ □□□□□ $(2,+\infty)$ □□□□

□□ $x\to0^+$ □□ $p(x)\to-1$ □□ $x\to1^-$ □□ $p(x)\to-\infty$ □□ $x\to1^+$ □□ $p(x)\to+\infty$ □□ $x\to+\infty$ □□ $p(x)\to+\infty$ □

□□□□□□□ $a>e^2$ □□ $1<x_1<2<x_2$ □

□□ $\frac{a}{a-e}<x_1$ □□□ $(x_1-1)a>ex_1$ □□□ $e^{x_1}>ex_1$ □□□□□□

□□ $x_1<\frac{2}{lna}+1$ □

□ $x_1>1$ □ $lna>0$ □

$\therefore$ □□□ $lna<\frac{2}{x_1-1}$ □

□ $a(x_1-1)=e^{x_1}$ □

$\therefore lna=x_1-ln(x_1-1)$ □

$\therefore$ □□□ $x_1-ln(x_1-1)<\frac{2}{x_1-1}$ □□□ $ln\frac{1}{x_1-1}<\frac{2}{x_1-1}-x_1$ □

□ $ln\frac{1}{x_1-1}\leqslant\frac{1}{x_1-1}-1$ □

$\therefore$ □□□ $\frac{1}{x_1-1}-1<\frac{2}{x_1-1}-x_1$ □□□ $x_1-1<\frac{1}{x_1-1}$ □□ $(x_1-1)^2<1$ □

□ (i) □□ $1<x_1<2$ □

$\therefore 0<x_1-1<1$ □□ $(x_1-1)^2<1$ □□□□□

9．（2021•□□□□□□□□□□□ $f(x)=me^x-ex^2$ □□□□□□□□□□□

□1□□□□ m □□□□□□

□2□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□

$(i)\sqrt{x_1x_2}<\frac{x_1-x_2}{lnx_1-lnx_2}<\frac{x_1+x_2}{2}$ □

$(ii)x_1+x_2>2x_1x_2$ □

□□□□□□1□□ $f(x)=me^x-ex^2$ □□ $f'(x)=me^x-2ex$ □

□ $f'(x)=0$ □□ $m=\frac{2x}{e^{x-1}}$ □□□□□□ $y=m$ □□□ $g(x)=\frac{2x}{e^{x-1}}$ □2□□□□□

□□ $g'(x)=\frac{2(1-x)}{e^{x-1}}$ □□ $x<1$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□ $x>1$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□

□ g'□1□$=0$□

$\therefore g(x)_{max}=g$□1□$=2$□

□ λ □□□ $(0,2)$ □□□1□□□

□ $h(x)=e^{x-1}-x^2$ □□ $h'(x)=e^{x-1}-2x$ □ $h''(x)=e^{x-1}-2$ □

□ $x>2$ □□ $h''(x)>0$ □ $h'(x)$ □□□

□ $x>3$ □□ $h'(x)>h'$□3□$=e^2-6>0$□ $h(x)$ □□□

□ $x>4$ □□ $h(x)>h$□4□$=e^3-16>0$□□ $e^{x-1}>x^2$ □

□□ $x>\frac{2}{\lambda}$ □□ $x^2>\frac{2x}{\lambda}$ □□□ $x>max\{4$□$\frac{2}{\lambda}\}$ □□ $e^{x-1}>\frac{2x}{\lambda}$ □□ $\frac{2x}{e^{x-1}}<\lambda$ □

□□ $x\leqslant 0$ □□ $g(x)\leqslant 0$ □ $x>0$ □□ $g(x)>0$ □

□□□ m □□□□□□ $(0,2)$ □

□2□□□□ (i) □□ $x_1\ne x_2$ □□□□ $x_1<x_2$ □□□1□□ $0<x_1<1<x_2$ □

□□□□□ $\sqrt{x_1x_2} < \frac{x_1-x_2}{\ln x_1-\ln x_2} < \frac{x_1+x_2}{2}$ □□□ $\frac{2(\frac{x_2}{x_1}-1)}{\frac{x_2}{x_1}+1} < \ln\frac{x_2}{x_1} < \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} - \sqrt{\frac{x_1}{x_2}}$ □

□ $F(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}, G(x)=\ln x-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ □

$\therefore$ □ $x>1$ □□ $F(x)=\frac{(x+3)(x-1)}{x(x+1)^2}>0, G(x)=-\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{2x\sqrt{x}}<0$ □

$\therefore F(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□ $G(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

$\therefore F(x)>F$ □1□ $=0$ □ $G(x)<G$ □1□ $=0$ □□ $x=\frac{x_2}{x_1}$ □□□□□□□□□

(ii) □□1□□□ $\frac{2x_1}{e^{x_1-1}}=\frac{2x_2}{e^{x_2-1}}$ □□□□ $\ln x_1-\ln x_2=x_1-x_2$ □

□□ (i) □□ $\sqrt{x_1x_2}<1<\frac{x_1+x_2}{2}$ □□ $x_1x_2<1$ □□ $x_1+x_2>2$ □

$\therefore x_1+x_2>2x_1x_2$ □□□□□

10□□2021•□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=a\ln x+x^2+x$ □

□1□□ $f(x)$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□2□□□□ $F(x)=f(x+1)-3x-2$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $F(x_2)+(\frac{1}{2}-\ln 2)x_1>0$ □

□□□□□□□1□□□□□□□□ $x\in(0,+\infty)$ □

$f'(x)=\frac{a}{x}+2x+1..0$ □□□□

□□□□ $x\in(0,+\infty)$ □ $a..-2x^2-x$ □□□□

□□□□ $y=-2x^2-x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $y=-2x^2-x<0$ □ $x\in(0,+\infty)$ □

$a\geq 0$ a $[0,+\infty)$

(2) $F(x)=f(x+1)-3x-2=a\ln(x+1)+x^2\ (x>-1)$

x_1 x_2 $F'(x)=\frac{a}{x+1}+2x=\frac{2x^2+2x+a}{x+1}=0(x>-1)$

x_1 x_2 $2x^2+2x+a=0(x>-1)$

$\begin{cases}\triangle=4-8a>0\\ 2\times(-1)^2+2\times(-1)+a>0\end{cases}$ $0<a<\frac{1}{2}$

$x_1+x_2=-1$ $x_1x_2=\frac{a}{2}>0$ $-1<x_1<-\frac{1}{2}<x_2<0$

$F(x_2)+(\frac{1}{2}-\ln 2)x_1>0$ $F(x_2)>(\ln 2-\frac{1}{2})x_1$

$\frac{F(x_2)}{x_1}<\ln 2-\frac{1}{2}$ $\frac{F(x_2)}{x_1}=\frac{a\ln(x_2+1)+x_2^2}{x_1}=\frac{a\ln(x_2+1)+x_2^2}{-1-x_2}$

$2x_2^2+2x_2+a=0$ $\therefore a=-2x_2^2-2x_2$

$\frac{F(x_2)}{x_1}=2x_2\ln(x_2+1)-(x_2-1)-\frac{1}{1+x_2}$

$t=x_2+1$ $t\in(\frac{1}{2},1)$ $\frac{F(x_2)}{x_1}=2(t-1)\ln t+2-t-\frac{1}{t}$

$r(t)=2(t-1)\ln t+2-t-\frac{1}{t}(t\in(\frac{1}{2},1))$

$r'(t)=2\ln t+\frac{1}{t^2}-\frac{2}{t}+1$

$k(t)=2\ln t+\frac{1}{t^2}-\frac{2}{t}+1\ (t\in(\frac{1}{2},1))$

$k'(t)=\frac{2}{t}-\frac{2}{t^3}+\frac{2}{t^2}=\frac{2(t^2+t-1)}{t^3}$

□□□□ $t_0\in(\frac{1}{2}$□$1)$ □□□ $t_0^2+t_0-1=0$□

□□ $t\in(\frac{1}{2}$□$t_0)$ □□ $k'(t)<0$□□ $t\in(t_0$□$1)$ □□ $k'(t)>0$□

□□□ $r'(t)$ □ $(\frac{1}{2}$□$t_0)$ □□□□ $(t_0$□$1)$ □□□

□ $r'(t)<0$□□ $r(t)=2(t-1)lnt+2-t-\frac{1}{t}$□ $t\in(\frac{1}{2}$□$1)$ □□□□□□

□□ $r(t)<r(\frac{1}{2})=ln2-\frac{1}{2}$□

□ $\frac{F(x_2)}{x_1}<ln2-\frac{1}{2}$□□□□□□□

11□□2021•□□□□□□□□□ $f(x)=lnx+\frac{b}{x}-a(a\in R,b\in R)$ □□□□ M □□ $M..0$□

□I□□ $e^{a-1}-b+1$□□□□□

□II□□ $e^{a-1}-b+1$□□□□□□□□ F□b□ $=\frac{a-1}{b}-m(m\in R)$□ $F(x)$ □□□□□ x_1□ $x_2(x_1<x_2)$□□□□ $x_1\cdot x_2^2>e^3$□

□□□□□□□I□□□□ $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{b}{x^2}=\frac{x-b}{x^2}(x>0)$□

□ $b,0$□□ $f'(x)..0$□ $f(x)$□ $(0,+\infty)$□□□□□□□□□□□□

□ $b>0$□□□ $f'(x)=0$□□ $x=b$□

□□ $f(x)$□ $(0,b)$□□□□□ $(b,+\infty)$□□□□

$\therefore M=f$□b□ $=lnb+1-a.0$□□ $lnb..a-1$□□□ $b..e^{a-1}$□ $e^{a-1}-b,0$□

□□ $e^{a-1}-b+1$□□□□□1□

□II□□□□□ $e^{a-1}-b+1$□□□□□□□ $a-1=lnb$□ $F(b)=\frac{a-1}{b}-m=\frac{lnb}{b}-m$□

□ $F(x)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □□ $\frac{lnx_1}{x_1}-m=0;\frac{lnx_2}{x_2}-m=0$ □□ $lnx_1=mx_1$ □ $lnx_2=mx_2$ □

□□□ $x_1\cdot x_2^2>e^3$ □□□□□ $lnx_1+2lnx_2=mx_1+2mx_2=m(x_1+2x_2)>3$ □

□□□□□ $ln\frac{x_1}{x_2}=m(x_1-x_2)\Rightarrow m=\frac{ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}$ □

□□□□□ $(x_1+2x_2)\cdot\frac{ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}>3\Leftrightarrow ln\frac{x_1}{x_2}<\frac{3(x_1-x_2)}{x_1+2x_2}=\frac{3(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+2}$ □

□ $\frac{x_1}{x_2}=t(0<t<1)$ □□ $g(t)=lnt-\frac{3(t-1)}{t+2},(0<t<1)$ □ $g'(t)=\frac{(t-1)(t-4)}{t(t+2)^2}>0$ □

□□□□ $g(t)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $\therefore g(t)<g$ □1□ $=0$ □□□□

12．（2021•□□□□□□□ $f(x)=x^2-(m-2)x-mlnx$ □□□ $m>0$ □

（Ⅰ）□ $f(x)$ □□□□□

（Ⅱ）□ $1<m<2$ □ $g(x)=-f(x)+\frac{3}{2}x^2-(2m-1)x$ □□□□ $\forall x_1$ □ $x_2\in[1$ □ $m]$ □□□ $|g(x_1)-g(x_2)|<\frac{1}{2}$ □

（Ⅲ）□□ $f(x)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □ $(x_1<x_2)$ □□□ $f'(x_1+\frac{x_2}{2})>0$ □

□□□□□□Ⅰ□ $f'(x)=2x+2-m-\frac{m}{x}=\frac{(x+1)(2x-m)}{x}(x>0)$ □

□□ $m>0$ □□□ $f'(x)>0$ □□□ $x>\frac{m}{2}$ □□ $f'(x)<0$ □□□ $0<x<\frac{m}{2}$ □

□□□□ $f(x)$ □□□ $(0,\frac{m}{2})$ □□□□□□□□□ $(\frac{m}{2},+\infty)$ □□□□□□

□II□□□□□□□ $g(x)=\frac{1}{2}x^2-(m+1)x+mlnx$ □ $x\in[1$ □ $m]$ □

$g'(x)=x-(m+1)+\frac{m}{x}=\frac{(x-1)(x-m)}{x}$ □□□ $x\in[1$ □ $m]$ □

□□ $g'(x)\leqslant 0$ □ $g(x)$ □ $x\in[1$ □ $m]$ □□□□□

$|g(x_1)-g(x_2)|<\frac{1}{2}$ □□□ $g(1)-g(m)<\frac{1}{2}$ □□□

$g(1)-g(m)=\frac{1}{2}m^2-mlnm-\frac{1}{2}$ □ □ $h(m)=\frac{1}{2}m^2-mlnm-\frac{1}{2}$ □

□ $h'(m)=m-1-lnm$ □ □ □ $h''(m)=1-\frac{1}{m}$ □

□□□ $1<m<2$ □□□ $h''(m)>0$ □ $h'(m)$ □ $m\in(1,2)$ □□□□□ h' □1□ $=0$ □

□□ $h'(m)>0$ □□□□ $h(m)$ □□□□□ $m\in(1,2)$ □ $h(m)<h(2)=\frac{3}{2}-2ln2<\frac{1}{2}$ □

□□□□ $|g(x_1)-g(x_2)|<\frac{1}{2}$ □

(III) □□□□□□□ $f(x)=x^2-(m-2)x-mlnx$ □□□□□ x_1 □ x_2 □ $x_1<x_2$ □

□□ $x_1^2-(m-2)x_1-mlnx_1=0$ ①□ $x_2^2-(m-2)x_2-mlnx_2=0$ ②□

□②-①□□ $m=\frac{x_2^2-x_1^2+2(x_2-x_1)}{x_2-x_1+lnx_2-lnx_1}$ □

□□I□□□ $f(x)$ □□□ $(\frac{m}{2},+\infty)$ □□□□□□

□□ $f'(x_1+\frac{x_2}{2})>0$ □□□□ $x_1+\frac{x_2}{2}>\frac{m}{2}$ □□□ $x_1+\frac{x_2}{2}>\frac{x_1}{2}+\frac{x_2}{2}$ □

□□□ $x_1+x_2>m$ □□□□ $x_1+x_2>\frac{x_2^2-x_1^2+2(x_2-x_1)}{x_2-x_1+lnx_2-lnx_1}$ □

□□□□ $(x_1+x_2)(lnx_2-lnx_1)>2(x_2-x_1)$ □

即证 $\ln x_2 - \ln x_1 > \dfrac{2(x_2 - x_1)}{(x_1 + x_2)}$，令 $\dfrac{x_2}{x_1} = t$，$t > 1$，不妨设 $h(t) = \ln t - \dfrac{2(t-1)}{t+1}$，只需证 $h(t) > 0$，

易得 $h'(t) = \dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2} > 0$，所以函数 $h(t)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增，

所以 $h(t) > h(1) = 0$，故有 $f'(x_1 + \dfrac{x_2}{2}) > 0$.

13.（2021 春•南海区期末）已知函数 $f(x) = a\ln x + x^2 + x$.

（1）若 $f(x)$ 单调递增，求实数 a 的取值范围；

（2）若函数 $F(x) = f(x) - 3x + 1$ 有两个极值点 x_1，x_2，且 $x_1 < x_2$，求证：$F(x_2) + (\dfrac{1}{2} - \ln 2)x_1 > \dfrac{1}{2} - \ln 2$.

【解答】（1）解：$f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$，$f'(x) = \dfrac{a}{x} + 2x + 1$.

若 $f(x)$ 单调递增，则 $f'(x) = \dfrac{a}{x} + 2x + 1 \geqslant 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，即 $a \geqslant -2x^2 - x$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立.

$y = -2x^2 - x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，于是 $y = -2x^2 - x < 0$.

所以实数 a 的取值范围为 $[0, +\infty)$.

（2）证明：$F(x) = f(x) - 3x + 1 = a\ln x + (x-1)^2$，$F'(x) = \dfrac{a}{x} + 2(x-1) = \dfrac{2x^2 - 2x + a}{x}$.

依题意可得，x_1，x_2 是方程 $2x^2 - 2x + a = 0 (x > 0)$ 的两个根，于是 $x_1 + x_2 = 1$，$x_1x_2 = \dfrac{a}{2}$ 且 $0 < x_1 < \dfrac{1}{2} < x_2 < 1$.

要证 $F(x_2) + (\dfrac{1}{2} - \ln 2)x_1 > \dfrac{1}{2} - \ln 2$，只需证 $F(x_2) > (\dfrac{1}{2} - \ln 2)(1 - x_1) = (\dfrac{1}{2} - \ln 2)x_2$，

即证 $\dfrac{F(x_2)}{x_2} > \dfrac{1}{2} - \ln 2$. $\dfrac{F(x_2)}{x_2} = \dfrac{a\ln x_2 + (x_2 - 1)^2}{x_2}$，

因为 $2x_2^2 - 2x_2 + a = 0$，所以 $a = 2x_2 - 2x_2^2$，

从而 $\dfrac{F(x_2)}{x_2} = \dfrac{a\ln x_2 + (x_2 - 1)^2}{x_2} = \dfrac{(2x_2 - 2x_2^2)\ln x_2 + (x_2 - 1)^2}{x_2} = (2 - 2x_2)\ln x_2 + x_2 + \dfrac{1}{x_2} - 2$.

□ $g(t)=(2-2t)lnt+t+\frac{1}{t}-2$ □ $t\in(\frac{1}{2},1)$ □□ $g'(t)=-2lnt-\frac{1}{t^2}+\frac{2}{t}-1$ □

□ $h(t)=g'(t)$ □□ $h'(t)=-\frac{2}{t}+\frac{2}{t^2}-\frac{2}{t^3}=-\frac{2(t^2+t-1)}{t^3}$ □□ $t^2+t-1=0$ □

□□ $t_0=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ □□□ $t_0=-\frac{\sqrt{5}+1}{2})$ □

□ $h'(t)>0$ □ $\frac{1}{2}<t<t_0$ □□ $h'(t)<0$ □□ $t_0<t<1$ □

□□ $h(t)$ □ $(\frac{1}{2},t_0)$ □□□□□□□ $(t_0$ □ $1)$ □□□□□□□ $g'(t)$ □ $(\frac{1}{2},t_0)$ □□□□□□□ $(t_0$ □ $1)$ □□□□□□

□ $g'(\frac{1}{2})=2ln2-1>0$ □ g' □1□ $=0$ □□□□ $(\frac{1}{2},1)$ □ $g'(t)>0$ □

□□ $g(t)$ □ $(\frac{1}{2},1)$ □□□□□□□□ $g(t)>g(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}-ln2$ □

□□□□□ $\frac{F(x_2)}{x_2}>\frac{1}{2}-ln2$ □□□□□□□

14．（2018•□□□□□□□□□ $f(x)=(1-k)x-klnx+k-1$ □□□ $k\in R$ □ $k\neq0$ □

(I) □□□□ $f(x)$ □□□□□

（II□□□□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>0$ □

□□□□□I□□□□ $f(x)=(1-k)x-klnx+k-1$ □□ $f'(x)=(1-k)-\frac{k}{x}=\frac{(1-k)x-k}{x}$ □ $x\in(0,+\infty)$ □

（1□□ $1-k\leqslant0$ □□ $k\geqslant1$ □□ $f'(x)=(1-k)-\frac{k}{x}<0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

（2□□ $1-k>0$ □□ $k<1$ □□ $f'(x)=\frac{(1-k)x-k}{x}$ □

① □ $k<0$ □□ $-k>0$ □ $(1-k)x>0$ □ $\therefore f'(x)=\frac{(1-k)x-k}{x}>0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

② □ $0<k<1$ □□ $f'(x)=\dfrac{(1-k)x-k}{x}=\dfrac{(1-k)(x-\frac{k}{1-k})}{x}$ □

□ $\dfrac{k}{1-k}>0$ □

□ x □□□□ $f(x)$ □ $f'(x)$ □□□□□□□□□

x	$(0,\frac{k}{1-k})$	$\frac{k}{1-k}$	$(\frac{k}{1-k}$□$+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	□□□□	□□□	□□□□

□□□□ $k<0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $0<k<1$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{k}{1-k})$ □□□□□□□ $(\frac{k}{1-k}$□$+\infty)$ □□□□□

□ $k\geq 1$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□II□□□□□ (I) □□□ $k<0$ □ $k\geq 1$ □□ $f(x)$ □□□ 1 □□□□□□□□□□□□□

□ $0<k<1$ □□□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{k}{1-k})$ □□□□□

□ $(\frac{k}{1-k}$□$+\infty)$ □□□□□□□ f □1□ $=0$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□ $\dfrac{k}{1-k}\neq 1$ □□□ $k\neq\dfrac{1}{2}$ □□ $0<k<\dfrac{1}{2}$ □ $\dfrac{1}{2}<k<1$ □

□ $0<k<\dfrac{1}{2}$ □□□ $0<\dfrac{k}{1-k}<1$ □□ $x_2=1$ □

□ $f(x)$ □ $(\frac{k}{1-k}$□$+\infty)$ □□□□□□□ $f(\dfrac{k}{1-k})<\ (1)=0$ □

□ $f(e^{\frac{k-1}{k}})=(1-k)\cdot e^{\frac{k-1}{k}}>0$ □

∴□□□□□ $x_1\in(e^{\frac{k-1}{k}}$□$1)$□□□ $f(x_1)=(1-k)x_1-k\ln x_1+k-1=0$□

□□□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>0$ □□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>g(\frac{k}{1-k})$□

□ $\frac{x_1+2x_2}{3}=\frac{x_1+2}{3}>\frac{k}{1-k}$□

□ $(1-k)x_1-k\ln x_1+k-1=0$□□ $\frac{x_1-1}{\ln x_1}=\frac{k}{1-k}$□

∴□□□□ $\frac{x_1+2}{3}>\frac{x_1-1}{\ln x_1}$ □□□□ $\ln x_1-\frac{3(x_1-1)}{x_1+2}<0$ □□□

□ $h(x)=\ln x-\frac{3(x-1)}{x+2}$ □□ $h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{9}{(x+2)^2}=\frac{(x-1)(x-4)}{x(x+2)^2}>0$ □

∴ $h(x)$□$(e^{\frac{k-1}{k}}$□$1)$□□□□□□□ $h(x)<h$□1□$=0$□

∴□□□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>0$ □□□

□ $\frac{1}{2}<k<1$ □□ $\frac{k}{1-k}>1$ □□□ $x_1=1$□

□ $f(x)$□$(0,\frac{k}{1-k})$□□□□□□ $f(\frac{k}{1-k})<$ □1□$=0$□

□ $f(\frac{2}{1-k})>0$ □∴□□□□ $x_2\in(1,+\infty)$ □□□ $f(x_2)=(1-k)x_2-k\ln x_2+k-1=0$□

□□□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>0$ □□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>g(\frac{k}{1-k})$□

□ $\frac{x_1+2x_2}{3}=\frac{1+2x_2}{3}>\frac{k}{1-k}$□

□ $f(x_2)=(1-k)x_2-k\ln x_2+k-1=0$□□ $\frac{x_2-1}{\ln x_2}=\frac{k}{1-k}$□

□□□□ $\frac{1+2x_2}{3}>\frac{x_2-1}{\ln x_2}$ □□□□ $\ln x_2-\frac{3(x_2-1)}{2x_2+1}>0$ □□□

□ $H(x)=lnx-\frac{3(x-1)}{2x+1}$ □□ $H'(x)=\frac{1}{x}-\frac{9}{(2x+1)^2}=\frac{(x-1)(4x-1)}{x(2x+1)^2}>0$ □

$\therefore H(x)$ □□□ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $x>1$ □□□ $H(x)>H$ □1□ $=0$ □

$\therefore$ □□□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>0$ □□□

□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□□ $g(\frac{x_1+2x_2}{3})>0$ □□□

15□□2020•□□□□□□□□□□□ $f(x)=lnx-tx+t$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $t=2$ □□□□ $f(x)=m-ax$ □□□□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}>2-a$ □

□□□□1□□□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □ $f'(x)=\frac{1}{x}-t$ □

□ $t\leqslant 0$ □□ $f'(x)>0$ □□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $t>0$ □□□ $f'(x)>0$ □□ $0<x<\frac{1}{t}$ □□ $f'(x)<0$ □□ $x>\frac{1}{t}$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,\frac{1}{t})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{t}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□□□□□□ $t\leqslant 0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $t>0$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{t})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{t}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□2□□□□□ $f(x)=m-ax$ □□ $lnx+(a-2)x+2-m=0$ □

□ $g(x)=lnx+(a-2)x+2$ □□ $g(x_1)=g(x_2)=m$ □

□ $lnx_1+(a-2)x_1=lnx_2+(a-2)x_2$ □ $\therefore a-2=\frac{ln\frac{x_2}{x_1}}{x_1-x_2}$ □

□□□ $0<x_1<x_2$ □□□ $\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}>2-a$ □

□□□ $\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}>2(2-a)=\frac{-2\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_1-x_2}$ □□□ $\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_2}{x_1}<-2\ln\frac{x_2}{x_1}$ □

□ $\frac{x_2}{x_1}=c(c>1)$ □ g □c□ $=2\ln c-c+\frac{1}{c}$ □

□ g' □c□ $=\frac{2}{c}-1-\frac{1}{c^2}=-(\frac{1}{c}-1)^2<0$ □

$\therefore g$ □c□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□ g □c□ $<g$ □1□ $=0$ □

□ $\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}>2-a$ □□□